УДК 621.771.011

Шпак В. И.
Шевченко В. В.
Юрков К. Ю.
Сатонин А. А.

РЕГРЕССИОННОЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭНЕРГОСИЛОВЫХ ПАРАМЕТРОВ ПРОЦЕССА ДРЕССИРОВКИ ОТНОСИТЕЛЬНО ТОНКИХ ЛЕНТ И ПОЛОС

Современный уровень производства листового металлопроката предполагает наличие автоматизации на всех его уровнях, начиная от планирования, проектирования соответствующих технологических процессов и заканчивая управлением и контролем качества готовой продукции. Это обуславливает предъявление особых требований к математическому аппарату, описывающему конкретные технологические процессы. Для математических моделей по расчету энергосиловых параметров процесса дрессировки, а также конструктивных параметров оборудования важен не только достаточный объём и степень достоверности получаемых результатов, но и достаточно высокая степень быстродействия, обеспечивающая возможность использования для решения многовариантного плана, которыми являются задачи имитационного плана, задачи оптимизации, а также их автоматизированного проектирования и управления качеством готового металлопроката.

Теория расчёта энергосиловых параметров процесса дрессировки разработана к настоящему времени достаточно глубоко. При этом среди расчётных методик аналитического (инженерного) направления наиболее точной и надёжной представляется методика А.В. Третьякова [1]. В работе, посвященной математическому моделированию напряженно-деформированного состояния металла при дрессировке относительно тонких лент и полос, и основных показателей качества готовой металлопродукции, была представлена математическая модель, основанная на решении задачи об упруго-пластическом сжатии полосы. Данная модель в полной мере учитывает факторы, влияющие на результирующие показатели процесса дрессировки и, как следствие, с достаточной достоверностью позволяет определить весь комплекс локальных и интегральных характеристик напряженно-деформированного состояния металла при дрессировке. Вместе с тем, достаточно сложная структура данной методики и соответствующих ей программных средств, приводит к повышенной трудоемкости и существенным затратам машинного времени ЭВМ, при ее численной реализации.

Согласно рекомендациям работ [2, 3], учитывая нелинейный характер зависимостей энергосиловых параметров процесса дрессировки, в качестве стратегии численной реализации полученных ранее математических моделей был принят симметричный композиционный план второго порядка. Непосредственно выбор факторов и определение их уровней в каждом отдельном случае осуществляли на основе предварительных количественных и качественных оценок конкретной технологической схемы.

Целью работы является разработка максимально простых регрессионных зависимостей, применительно к численной модели, основанной на решении задачи об упруго-пластическом сжатии полосы, для расчета энергосиловых параметров процесса дрессировки относительно тонких лент и полос.

В качестве примера построения регрессионной математической модели рассмотрим аналитическое описание силы P применительно к дрессировке полосы из стали 08кп, с геометрическими параметрами – $h = 1$ мм и $b = 1000$ мм. Варьируемыми факторами были выбраны исходная толщина полосы – h_0, степень относительной деформации – ε, напряжение текучести материала полосы – σ_{T0}, коэффициент трения – μ, и отношение переднего и заднего натяжения полосы к сопротивлению сдвигу материалу – K.

$$K = 1{,}155 \cdot \sigma_{T0} / 2. \tag{1}$$

Поэтому рассматривали пятифакторное пространство, с учетом чего использовали пятифакторный план Хартли (Ha_5).Количественное описание данного факторного пространства представлено в табл. 1.

Таблица 1

Факторы и количественные оценки их уровней, используемые при регрессионном аналитическом описании энергосиловых параметров процесса прокатки угловых профилей

x_1			x_2			x_3			x_4			x_5		
h_0 (мм)			ε (%)			σ_{T0} (МПа)			μ			$\frac{\sigma_0+\sigma_1}{K}$		
–1	0	1	–1	0	1	–1	0	1	–1	0	1	–1	0	1
0,9	1	1,1	1	2	3	200	240	280	0,2	0,25	0,3	0,15	0,2	0,25

Результаты расчета регрессионной зависимости и их статистическая оценка сведены в табл. 2. Общий вид полинома, описывающего вертикальную составляющую силу прокатки P_Y, выглядит следующим образом [4]:

$$\begin{aligned} y = {} & b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3 + b_4x_4 + b_5x_5 + b_{11}x_1^2 + b_{22}x_2^2 + \\ & + b_{33}x_3^2 + b_{44}x_4^2 + b_{55}x_5^2 + b_{12}x_1x_2 + b_{13}x_1x_3 + b_{14}x_1x_4 + b_{15}x_1x_5 + \\ & + b_{23}x_2x_3 + b_{24}x_2x_4 + b_{25}x_2x_5 + b_{34}x_3x_4 + b_{35}x_3x_5 + b_{45}x_4x_5 , \end{aligned} \tag{2}$$

где b_i, b_{ii}, b_{ij} – коэффициенты регрессии, количественные оценки которых представлены в табл. 3;

$x_1 = (h_{n0}(\text{мм}) - 1{,}0)/0{,}1;$ $x_2 = (\varepsilon(\%) - 1{,}0)/1{,}0;$ $x_3 = (\sigma_{T0}(\text{Н}/\text{мм}^2) - 240)/40;$

$x_4 = (\mu - 0{,}25)/0{,}05;$ $x_5 = (\frac{\sigma_0+\sigma_1}{K} - 0{,}2)/0{,}05$ – условные обозначения факторов, характеризующих влияние: исходной толщины полосы, степень относительной деформации, предела текучести материала полосы, коэффициента трения и отношение суммы начального и конечного предела текучести материала полосы к сопротивлению сдвигу материалу, соответственно.

Для удобства использования регрессионных зависимостей было выполнено декодирование моделей согласно [3], в результате которого зависимость (2) приняла вид:

$$\begin{aligned} Y = {} & a_0 + a_1h_0 + a_2\varepsilon + a_3\sigma_{T0} + a_4\mu + a_5\frac{\sigma_0+\sigma_1}{K} + a_{11}h_0^2 + a_{22}\varepsilon^2 + a_{33}{\sigma_{T0}}^2 + \\ & + a_{44}\mu^2 + a_{55}{\frac{\sigma_0+\sigma_1}{K}}^2 + a_{12}h_0\varepsilon + a_{13}h_0\sigma_{T0} + a_{14}h_0\mu + a_{15}h_0\frac{\sigma_0+\sigma_1}{K} + \\ & + a_{23}h_1\sigma_{T0} + a_{24}h_1\mu + a_{25}\varepsilon\frac{\sigma_0+\sigma_1}{K} + a_{34}\mu\sigma_{T0} + a_{35}\mu\frac{\sigma_0+\sigma_1}{K} + a_{45}\sigma_{T0}\frac{\sigma_0+\sigma_1}{K}, \end{aligned} \tag{3}$$

где a_i, a_{ii}, a_{ij} – коэффициенты регрессии, количественные оценки которых представлены в табл. 3.

Таблица 2

Пятифакторный план $На_5$ и результаты его численной реализации применительно к регрессионному аналитическому описанию (2) силы прокатки процесса дрессировки относительно тонких лент и полос (см. табл. 1)

№	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	P/b	P_p/b	$\Delta P/b$	$\delta P/b$	P/P_p
1	1	1	1	1	1	1,629139	1,630255	$-1{,}116\cdot10^{-3}$	$-0{,}069\cdot10^{-3}$	0,999315
2	-1	-1	1	1	1	0,827654	0,828501	$-0{,}847\cdot10^{-3}$	$-0{,}102\cdot10^{-3}$	0,998978
3	-1	1	-1	-1	-1	0,992395	0,992027	$0{,}368\cdot10^{-3}$	$0{,}0371\cdot10^{-3}$	1,000371
4	1	-1	-1	-1	-1	0,60693	0,606867	$0{,}063\cdot10^{-3}$	$0{,}0104\cdot10^{-3}$	1,000104
5	-1	1	-1	1	1	1,061881	1,061611	$0{,}27\cdot10^{-3}$	$0{,}0254\cdot10^{-3}$	1,000254
6	1	-1	-1	1	1	0,602343	0,602377	$-0{,}034\cdot10^{-3}$	$-5{,}6\ 10\cdot10^{-3}$	0,999944
7	1	1	1	-1	-1	1,543448	1,544466	$-1{,}018\cdot10^{-3}$	$-0{,}066\cdot10^{-3}$	0,999341
8	-1	-1	1	-1	-1	0,835112	0,835761	$-0{,}649\cdot10^{-3}$	$-0{,}078\cdot10^{-3}$	0,999223
9	-1	1	1	1	-1	1,588449	1,589459	$-1{,}01\cdot10^{-3}$	$-0{,}064\cdot10^{-3}$	0,999365
10	1	-1	1	1	-1	0,91284	0,914154	$-1{,}314\cdot10^{-3}$	$-0{,}144\cdot10^{-3}$	0,998563
11	1	1	-1	-1	1	1,021813	1,021551	$0{,}262\cdot10^{-3}$	$0{,}0256\cdot10^{-3}$	1,000256
12	-1	-1	-1	-1	1	0,538111	0,537481	$0{,}63\cdot10^{-3}$	$0{,}1171\cdot10^{-3}$	1,001172
13	-1	1	1	-1	1	1,388794	1,389245	$-0{,}451\cdot10^{-3}$	$-0{,}032\cdot10^{-3}$	0,999675
14	1	-1	1	-1	1	0,858885	0,859641	$-0{,}756\cdot10^{-3}$	$-0{,}088\cdot10^{-3}$	0,999121
15	1	1	-1	1	-1	1,167146	1,167444	$-0{,}298\cdot10^{-3}$	$-0{,}026\cdot10^{-3}$	0,999745
6	-1	-1	-1	1	-1	0,586108	0,586037	$0{,}071\cdot10^{-3}$	$0{,}0121\cdot10^{-3}$	1,000121
17	0	0	0	0	0	1,031557	1,032005	$-0{,}448\cdot10^{-3}$	$-0{,}043\cdot10^{-3}$	0,999566
18	1	0	0	0	0	1,064942	1,063962	$0{,}98\cdot10^{-3}$	$0{,}092\cdot10^{-3}$	1,000921
19	-1	0	0	0	0	0,996454	0,998121	$-1{,}667\cdot10^{-3}$	$-0{,}167\cdot10^{-3}$	0,99833
20	0	1	0	0	0	1,297492	1,297916	$-0{,}424\cdot10^{-3}$	$-0{,}033\cdot10^{-3}$	0,999673
21	0	-1	0	0	0	0,729486	0,719748	$9{,}738\cdot10^{-3}$	$0{,}1349\cdot10^{-3}$	1,01353
22	0	0	1	0	0	1,226988	1,223271	$3{,}717\cdot10^{-3}$	$0{,}3029\cdot10^{-3}$	1,003039
23	0	0	-1	0	0	0,841868	0,846272	$-4{,}404\cdot10^{-3}$	$-0{,}523\cdot10^{-3}$	0,994796
24	0	0	0	1	0	1,070065	1,069122	$0{,}943\cdot10^{-3}$	$0{,}0881\cdot10^{-3}$	1,000882
25	0	0	0	-1	0	0,993405	0,995035	$-1{,}63\cdot10^{-3}$	$-0{,}164\cdot10^{-3}$	0,998362
26	0	0	0	0	1	1,011363	1,012616	$-1{,}253\cdot10^{-3}$	$-0{,}124\cdot10^{-3}$	0,998763
27	0	0	0	0	-1	1,05139	1,050823	$0{,}567\cdot10^{-3}$	$0{,}0539\cdot10^{-3}$	1,00054

Таблица 3

Расчетные значения коэффициентов регрессии при аналитических описаниях (1) и (2) соответственно для P_P при дрессировки относительно тонких лент и полос

b0	843,5	b12	5,32	a0	981	a12	3,637
b1	178,19	b13	-40,847	a1	-1943	a13	-32,714
b2	-143,32	b14	32,532	a2	-12,091	a14	33,404
b3	-135,12	b15	8,064	a3	45,27	a15	7,263
b4	133,79	b23	27,485	a4	2894	a23	22,942
b5	41,89	b24	-32,094	a5	24,58	a24	-38,35
b11	-14,213	b25	-17,351	a11	-12,64	a25	-14,572
b22	5,436	b34	-27,032	a22	10,658	a34	-48,13
b33	15,61	b35	-6,227	a33	23,438	a35	-4,367
b44	0,739	b45	3,293	a44	0,739	a45	5,352
b55	-39,032			a55	-43,045		

Полученные результаты были обработаны на основе методов теории вероятности и математической статистики [3, 4]. Относительная погрешность результатов расчета, представляемых регрессионным описанием (3), по отношению к значениям, предоставляемым непосредственно численной математической моделью, составила: $\delta P/b = (-0{,}52...1{,}34)$ %. Предполагая нормальный закон распределения, а также, исключая систематические погрешности и грубые ошибки, в соответствии с ГОСТ 11.004-74 [5], выборочное среднее, выборочная дисперсия и выборочное среднее квадратическое отклонение для соотношения P/P_p соответственно равны:

$$\bar{x} = 0{,}999; \qquad S^2 = 0{,}000017; \qquad S = 0{,}0041.$$

$$0{,}994 < x < 1{,}004$$

ВЫВОДЫ

На основе математической модели по расчету напряженно-деформированного состояния металла при дрессировке относительно тонких лент и полос, используя элементы теории планируемого эксперимента, были получены регрессионные зависимости по расчету энергосиловых параметров указанного процесса. Статистическая обработка полученных результатов подтвердила возможность использования данных зависимостей для решения целого ряда многовариантных задач, какими, например, являются задачи автоматизированного управления, оптимизации, имитационного моделирования и т. д.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Третьяков А. В. Дрессировка и качество тонкого листа / А. В. Третьяков, Е. М. Третьяков, Г. Н. Мигачёва. – М. : Металлургия, 1977. – 232 с.*
2. *Новик Ф. С. Оптимизация процессов технологии металлов методами планирования экспериментов / Ф. С. Новик, Я. Б. Арсов. – М. : Машиностроение ; София. : Техника, 1980. – 304 с.*
3. *Красовский Г. И. Планирование эксперимента / Г. И. Красовский, Г. Г. Филаретов. – Минск. : БГУ, 1982. – 302 с.*
4. *Гмурман В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика : учеб. пособие для вузов. – М. : Высш. шк., 2002. – 479 с.*
5. *ГОСТ 11.004-74. Прикладная статистика. Правила определения оценок и доверительных границ для параметров нормального распределения. – Введ. 01.07.1975. – М. : Изд-во стандартов, 1980. – 20 с.*

Шпак В. И. – канд. техн. наук, доц. кафедры АММ ДГМА;

Шевченко В. В. – аспирант ДГМА;

Юрков К. Ю. – инженер ДГМА;

Сатонин А. А. – студент ДГМА.

ДГМА – Донбасская государственная машиностроительная академия, г. Краматорск.

E-mail: amm@dgma.donetsk.ua